

# התחרות הארצית ה-19 של אולימפיאדת מדעי המחשב לתלמידים צעירים

23.1.2014

משרד החינוך      האוניברסיטה הפתוחה      אוניברסיטת תל-אביב

בטופס תחרות זה ארבע שאלות שסכום נקודותיהן הוא 100. מטרתך, המתחרה, היא להשיג כמה שיותר נקודות. משך התחרות הוא שלוש שעות.

ענה על כל שאלה בדף נפרד (או קבוצת דפים נפרדת), ובראש כל דף הקפד לכתוב את מספר תעודת הזהות שלך.

בכל שאלה הינך מתבקש לפתח פתרון אלגוריתמי. בתשובתך לשאלה חובה עליך לכלול:

- מספר משפטים המתארים ומבהירים את הרעיון שלך לפתרון. ללא תאור זה לא תיבדק תשובתך!
- פירוט המשתנים (או מבני הנתונים) העיקריים של הפתרון, באמצעות הצהרה מתועדת.
- פירוט הוראות הביצוע העיקריות של התכנית לפתרון בשפת תכנות שנוחה לך, או בפסאודו-קוד. ניתן לתאר באמצעות כותרות בלבד פעולות יסוד, כגון: קליטת נתוני קלט למערך, החלפת ערכי משתנים, ומיון.

בפתרון של כל שאלה הקפד על הדברים הבאים:

- שפת תכנות כרצונך; או פסאודו-קוד
- נכונות הפתרון עבור כל האפשרויות החוקיות של הקלט! (אין צורך לבדוק חוקיות קלט)
- מבניות הפתרון וקריאותו!
- יעילות הפתרון הן מבחינת זמן ביצוע והן מבחינת מקום בזיכרון. פתרון יעיל כמה שיותר - חשוב מאד! פתרון נכון אך מסורבל, ופתרון לא קריא, יזכו רק בחלק מן הנקודות.

**בהצלחה!**

## שאלה 1 (20 נק') – מלכות על לוח

נתון לוח משבצות בגודל  $N \times N$ . על הלוח נמצאות  $K$  מלכות (בכל משבצת, לכל היותר מלכה אחת). נאמר שזוג מלכות מאיימות אחת על השניה, אם הן נמצאות באותה שורה, באותה עמודה, או באותו אלכסון, ואין ביניהן אף מלכה אחרת.

לדוגמא, הביטו בלוח הבא בגודל  $7 \times 7$ :

7							
6	●				●		
5							
4			●				
3	●						
2			●		●		
1							
	1	2	3	4	5	6	7

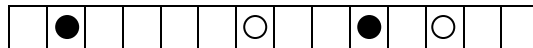
יש בדיוק 8 זוגות של מלכות שמאיימות אחת על השניה. (שימו לב שהמלכה השמאלית עליונה לא מאיימת על המלכה הימנית תחתונה.)

עליכם לכתוב תוכנית שהקלט שלה הוא המספרים  $N$  ו- $K$ , ואחריהם  $K$  זוגות של מספרים שמתארים את מיקומי המלכות (המיקום של מלכה מתואר על-ידי זוג מספרים שמציינים את מספר השורה ומספר העמודה בה היא נמצאת. למשל, בלוח הנתון יצוין מיקום המלכה השמאלית עליונה בצורה  $\langle 6, 2 \rangle$ ). פלט התוכנית הוא מספר אחד – מספר זוגות המלכות המאיימות אחת על השניה. הניחו ש- $N$  ו- $K$  הם שניהם בין 2 ל-100,000.

## שאלה 2 (25 נק') – משחק כלים לסירוגין

נתונה שורה של  $N$  משבצות. על השורה נמצאים ארבעה כלי משחק: שני כלים לבנים ושני כלים שחורים. הכלי השמאלי ביותר שחור, מימינו לבן, מימינו שחור והימני ביותר לבן. כל כלי מוצב על משבצת נפרדת, וייתכנו משבצות פנויות בין הכלים (ראה איור). שני שחקנים משחקים משחק על השורה. המשחק מתנהל בתורות, לסירוגין. השחקן A משחק בכלים הלבנים והשחקן B משחק בכלים השחורים. השחקן A מתחיל במשחק. בכל תור, השחקן שזהו תורו בוחר את אחד משני הכלים שלו ומזיז אותו ימינה או שמאלה, משבצת אחת או יותר, אל משבצת פנויה, מבלי לעבור מעל כלי אחר. לדוגמא, במצב המתואר באיור, כאשר זהו תורו של A, הלבן, הוא יכול לבחור להזיז את הכלי הלבן הימני משבצת אחת שמאלה, או משבצת אחת ימינה, או שתי משבצות ימינה. הוא יכול לבחור לא להזיז את הכלי הלבן הימני, אלא להזיז את הכלי הלבן השמאלי. במקרה כזה הוא יכול להזיזו אחת, או שתיים, או שלוש, או ארבע משבצות שמאלה, או אחת או שתי משבצות ימינה.

שחקן אשר מגיע תורו והוא לא יכול לבצע מהלך חוקי – מפסיד במשחק (והשחקן האחר מנצח).



עליכם לכתוב תוכנית אשר משחקת מול משתמש, כאשר התוכנית היא אחד השחקנים והמשתמש הוא השחקן השני. בהתחלה, התוכנית מקבלת כקלט את אורך השורה  $N$ , ואת מיקומיהם בשורה של ארבעת הכלים (באיור לעיל מקום הכלי השחור השמאלי ביותר הוא 2, מקום הכלי הלבן שמיימני הוא 7, מקום הכלי הבא – 10, ומקום הכלי הלבן הימני ביותר – 12). אחרי הינתן מיקומי ארבעת הכלים, התוכנית תודיע האם היא רוצה להיות השחקן A (הלבן) או השחקן B (השחור). לאחר מכן, התוכנית תודיע בכל תור שלה האם היא מזיזה את הכלי הימני או השמאלי מבין הכלים שלה, לאיזה כיוון היא מזיזה אותו, וכמה משבצות. בכל תור של המשתמש, היא תקלוט ממנו את המהלך שלו, מתואר באופן דומה. על תכניתכם לשחק לפי אסטרטגיה שתוביל אותה תמיד לניצחון. (כדאי להיווכח מדוע תמיד הדבר אפשרי). הניחו ש- $N$  הוא בין 10 ל-10,000.

### שאלה 3 (25 נק') – חותכים, מדביקים, סוכמים

נתונה שורה של  $N$  מספרים שלמים, חיוביים ושיליים, שסכומם הכולל הוא 0. מעוניינים לסכם את המספרים בשורה בצורה מצטברת. המטרה היא שהסכום המצטבר יתאפס מספר מירבי של פעמים. כדי שהדבר יקרה, מותר לחתוך פעם אחת את השורה לשני חלקים, ולהדביק את החלק הימני משמאל לשמאלי. הסכום המצטבר יחושב החל מן האיבר השמאלי ביותר ימינה.

לדוגמא, עבור השורה הבאה של 10 מספרים:

2	3	-9	-4	6	-2	5	-8	-1	8
---	---	----	----	---	----	---	----	----	---

יהיו ערכי הסכום המצטבר הערכים הבאים, אשר בהם מופיע 0 פעם אחת:

2	5	-4	-8	-2	-4	1	-7	-8	0
---	---	----	----	----	----	---	----	----	---

אם נחתוך את השורה המקורית לשני חלקים, למשל בצורה הבאה:

2	3	-9	-4	6	-2	5	-8	-1	8
---	---	----	----	---	----	---	----	----	---

ונדביק את החלק הימני משמאל לשמאלי, נקבל:

6	-2	5	-8	-1	8	2	3	-9	-4
---	----	---	----	----	---	---	---	----	----

עתה יהיו ערכי הסכום המצטבר הערכים הבאים, אשר בהם 0 מופיע פעמיים:

6	4	9	1	0	8	10	13	4	0
---	---	---	---	---	---	----	----	---	---

המטרה היא, כאמור, לקבל מספר מירבי של 0-ים בסכום המצטבר. מותר לחתוך את השורה פעם אחת בכל מקום שנרצה, ומותר גם לא לחתוך אותה, אם הדבר לא יועיל להשגת המטרה.

עליכם לכתוב תוכנית אשר הקלט שלה הוא המספר  $N$ , ואחריו  $N$  המספרים בשורה לפי הסדר, והפלט שלה הוא מספר בודד  $i$  בין  $0$  ל-  $N-1$ , אשר מציין את המקום בו מתאים לחתוך את השורה כדי לקבל מספר מירבי של 0-ים בסכום המצטבר. המספר  $i$  הוא בעצם הגודל של החלק השמאלי לאחר החיתוך. בדוגמא לעיל,  $i=4$ .

ייתכן שאין צורך לחתוך את השורה כלל (כיון שהדבר לא יועיל להשגת המטרה). במקרה כזה יהיה הפלט 0.

ייתכן שישנם מספר מקומות אפשריים בהם ניתן לבצע את החיתוך הבודד כדי להשיג את המטרה. במקרה כזה יהיה הפלט אחד מן המקומות האלה. הניחו ש-  $N$  הוא בין 2 ל- 100,000.

## שאלה 4 (30 נק') – תת-סדרה הארוכה ביותר

א. (10 נק') נתונה סדרה של  $N$  מספרים שלמים חיוביים, ונתון מספר שלם חיובי  $K$ . מעוניינים לחשב את האורך של התת-סדרה (הרצופה) הארוכה ביותר אשר סכום המספרים בה הוא כפולה של  $K$ .

לדוגמא, עבור  $K=8$  והסדרה הבאה של 10 מספרים:

3	8	8	4	4	1	3	5	2	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

יהיה 6 האורך המירבי של תת-סדרה שסכומה הוא כפולה של 8. תת-סדרה זו מתחילה באיבר החמישי. (שימו לב שישנן תת-סדרות נוספות יותר קצרות, אשר סכומן הוא כפולה של 8).

ב. (20 נק') נתונה הפונקציה  $\text{Reverse}(B,E)$  אשר מקבלת כפרמטרים שני ערכים  $B$  ו- $E$ .  $B$  מציין את מקום ההתחלה ו- $E$  מציין את מקום הסיום של תת-סדרה מתוך הסדרה הנתונה. הפונקציה  $\text{Reverse}$  הופכת את הסדר של המספרים בתת-סדרה זו, אשר מתחילה במקום  $B$  ומסתיימת במקום  $E$ . המטרה היא להפעיל את  $\text{Reverse}$  פעם אחת, כדי ליצור תת-סדרה באורך גדול ככל האפשר מזה הקיים, אשר סכומה הוא כפולה של  $K$ .

לדוגמא מתאים להפעיל את  $\text{Reverse}(8,10)$  כדי להשיג את המטרה. תוצאת הפעלתה תהיה:

3	8	8	4	4	1	3	1	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

בסדרה החדשה שהתקבלה ישנה תת-סדרה באורך 8 (שמתחילה באיבר הראשון) שסכומה הוא כפולה של 8. (שימו לב שישנן אפשרויות נוספות להפעיל את  $\text{Reverse}$ , אשר יובילו לתוצאה פחות טובה. למשל  $\text{Reverse}(5,8)$ ).

עליכם לכתוב תוכנית אשר הקלט שלה הוא המספר  $K$ , אחריו המספר  $N$ , ואחריו  $N$  המספרים בסדרה לפי הסדר. פלט התכנית יחולק לשני חלקים.

החלק הראשון של הפלט יהיה התשובה לחלק א' – אורך התת-סדרה (הרצופה) הארוכה ביותר אשר סכומה הוא כפולה של  $K$ .

החלק השני של הפלט יהיה התשובה לחלק ב' – הערכים  $B$  ו- $E$  אשר יועברו כפרמטרים לפונקציה  $\text{Reverse}$  על מנת ליצור תת-סדרה באורך מירבי חדש, גדול ככל האפשר מזה שבסדרה המקורית, אשר סכומה הוא כפולה של  $K$ . ייתכן שאין הפעלה של  $\text{Reverse}$  אשר תאפשר יצירה של אורך גדול יותר. במקרה כזה יהיה הפלט 0 0. (ייתכן גם שישנן מספר אפשרויות שונות של הפעלה של  $\text{Reverse}$  אשר יובילו להשגת אורך מירבי חדש. במקרה כזה יש להציג רק אחת מהן).

הניחו ש-  $N$  הוא בין 10 ל- 1,000,000, ו-  $K$  בין 5 ל-1000.