

התחרות הארצית ה-18 של אולימפיאדת מדעי המחשב לתלמידים צעירים

6.2.2013

משרד החינוך האוניברסיטה הפתוחה אוניברסיטת תל-אביב

בטופס תחרות זה ארבע שאלות שסכום נקודותיהן הוא 100. מטרתך, המתחרה, היא להשיג כמה שיותר נקודות. משך התחרות הוא שלוש שעות.

ענה על כל שאלה בדף נפרד (או קבוצת דפים נפרדת), ובראש כל דף הקפד לכתוב את מספר תעודת הזהות שלך.

בכל שאלה הינך מתבקש לפתח פתרון אלגוריתמי. בתשובתך לשאלה חובה עליך לכלול:

- מספר משפטים המתארים ומבהירים את הרעיון שלך לפתרון. ללא תאור זה לא תיבדק תשובתך!
 - פירוט המשתנים (או מבני הנתונים) העיקריים של הפתרון, באמצעות הצהרה מתועדת.
 - פירוט הוראות הביצוע העיקריות של התכנית לפתרון בשפת תכנות שנוחה לך, או בפסאודו-קוד. ניתן לתאר באמצעות כותרות בלבד פעולות יסוד, כגון: קליטת נתוני קלט למערך, החלפת ערכי משתנים, ומיון.
- בפתרון של כל שאלה הקפד על הדברים הבאים:
- שפת תכנות כרצונך; או פסאודו-קוד
 - נכונות הפתרון עבור כל האפשרויות החוקיות של הקלט! (אין צורך לבדוק חוקיות קלט)
 - מבניות הפתרון וקריאותו!
 - יעילות הפתרון הן מבחינת זמן ביצוע והן מבחינת מקום בזיכרון. פתרון יעיל כמה שיותר - חשוב מאד! פתרון נכון אך מסורבל, ופתרון לא קריא, יזכו רק בחלק מן הנקודות.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1 (20 נק') – מספר תקופות זמן

נתונות שנות הלידה והפטירה של N ליווייתנים. ערכה של כל שנת לידה או פטירה הוא ערך בין $-1,000,000$ ל- 2013 . מעוניינים לחשב את תקופות הזמן, אשר בכל אחת מהן חי בכל שנה לפחות ליווייתן אחד (אנו מחשיבים את שנת הלידה, שנת הפטירה, והשנים שביניהן כשנים בהן הליווייתן חי).

כתוב תכנית (או אלגוריתם), שהקלט שלה הוא מספר שלם חיובי N , $5 < N < 10,000$, ואחריו סדרה של N זוגות מספרים שלמים אשר מתארים את שנות הלידה ושנות הפטירה של N הליווייתנים. הפלט של התכנית הוא שנות ההתחלה ושנות הסיום של תקופות הזמן בהן חיו הליווייתנים. בכל זוג: המספר הראשון הוא שנת לידה והשני – שנת פטירה. הזוגות הנתונים נתונים בסדר שרירותי (לאו דווקא מסודרים).

למשל, עבור $N=5$ ושנות הלידה-פטירה הבאות:

$\langle 100, 150 \rangle$, $\langle -20, 99 \rangle$, $\langle 1000, 1100 \rangle$, $\langle -400, -300 \rangle$, $\langle -420, -350 \rangle$

יהיה הפלט: $\langle 1000, 1100 \rangle$, $\langle -20, 150 \rangle$, $\langle -420, -300 \rangle$

(שימו לב שבכל שנה בכל אחת מתקופות הזמן של הפלט חי לפחות ליווייתן אחד.)

שאלה 2 (25 נק') – משחק לוח ואסימונים

נתון לוח בגודל $N \times N$, אשר בכל משבצת בו מצוין מספר שלם חיובי כלשהו, ונתונים N אסימונים אשר ממוספרים מ-1 עד N . ערכו של N הוא זוגי וגדול מ-2. שני שחקנים לוקחים את האסימונים. כל שחקן לוקח בתורו את אחד האסימונים שעדיין לא נלקח. עם תום המשחק לכל שחקן ישנם בדיוק $N/2$ אסימונים. בסוף המשחק מחשבים ניקוד לכל אחד משני השחקנים. כל שחקן זוכה בחלק מהמספרים שבמשבצות הלוח, באופן הבא: עבור כל שני אסימונים i ו- j שברשותו – הוא זוכה במספרים על הלוח אשר בתאים: (i,i) , (j,j) , (j,i) ו- (i,j) . מסכמים את הנקודות אשר בהן זכה כל שחקן, והשחקן אשר סכום הנקודות שלו גבוה יותר מנצח במשחק.

שימו לב שישנן משבצות שאף שחקן לא זוכה במספרים שבהן (אלו הן המשבצות (i,j) ש- i שלהן נמצא אצל שחקן אחד ו- j שלהן נמצא אצל השחקן השני).

אנו מחשיבים את התא השמאלי העליון כתא $(1,1)$, ואת התא הימני התחתון כתא (N,N) .

כתוב תכנית (או אלגוריתם) אשר תשחק מול משתמש, כאשר התכנית היא אחד השחקנים והמשתמש הוא השחקן היריב. בתחילת המשחק יקיש המשתמש את גודלו של N , ואת ערכי תאי הלוח (כלומר – המשתמש יקיש $N \times N$ ערכים). תכניתך תודיע אם היא רוצה להיות השחקן הראשון או השני. לאחר מכן, תכניתך תודיע בכל תור שלה את מספר האסימון הבא אותו היא לוקחת, ותקלוט בכל תור של המשתמש את מספר האסימון שהוא לוקח. על תכניתך לשחק על פי אסטרטגיה שתוביל אותה לניצחון עבור כל לוח שבו ניתן לנצח (אם לא ניתן להבטיח ניצחון, יש לפחות לכפות תיקו).

למשל, נניח שנתון הלוח להלן, ונניח שבסיום המשחק האסימונים 1 ו-3 הם האסימונים שלקח השחקן הראשון, והאסימונים 2 ו-4 הם האסימונים שלקח השחקן השני. במקרה זה ינצח השחקן השני כיון שסכום הנקודות שיצבור הוא: $26 = 4 + 8 + 12 + 2$, שהוא סכום גדול מזה של יריבו, שהוא: $25 = 5 + 3 + 10 + 7$.

5	2	3	10
1	4	9	8
10	6	7	7
7	12	1	2

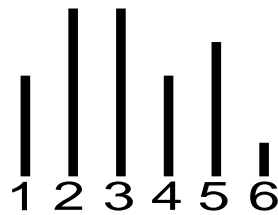
שאלה 3 (25 נק') – עמודים בשורה

נתונים N עמודים המסודרים בשורה. המרחק האופקי בין שני עמודים סמוכים בשורה הוא מטר אחד בדיוק. כל עמוד מתנשא לגובה חיובי כלשהו במטרים. נאמר שזוג עמודים (לאו דווקא סמוכים) הוא זוג טוב אם הקו (הדמיוני) המחבר בין הקצוות העליונים שלהם יוצר שיפוע של 45 מעלות ביחס לקרקע. (השיפוע יכול "לעלות" משמאל לימין או מימין לשמאל). מעוניינים לספור כמה זוגות טובים של עמודים קיימים בשורה. ייתכן שעמוד אחד ישתתף בכמה זוגות טובים.

כתוב תכנית (או אלגוריתם) יעילה ככל האפשר אשר הקלט שלה הוא מספר שלם N , $5 < N < 500,000$, ואחריו רשימה של N מספרים שלמים חיוביים, אשר מבטאים את גובהי העמודים בהתאמה (המספר הראשון מבטא את גובה העמוד הראשון בשורה, המספר השני - את גובה העמוד השני, וכך הלאה). הפלט של התוכנית הוא מספר הזוגות הטובים של עמודים בשורה.

למשל, עבור 6 העמודים אשר הגבהים שלהם מתוארים באמצעות הרשימה: 3,5,5,3,4,1 (כאשר המספר השמאלי ברשימה מתאר את גובה העמוד הראשון בשורה), הפלט המתאים הוא 5. ישנם בשורה בדיוק 5 זוגות טובים של עמודים. זוגות אלו הם:

1. עמוד 1 ועמוד 3
2. עמוד 2 ועמוד 4
3. עמוד 2 ועמוד 6
4. עמוד 4 ועמוד 5
5. עמוד 4 ועמוד 6



שאלה 4 (30 נק') – קבוצת תמורות מירבית

תמורה של המספרים $1..N$ היא סידור שלהם בסדר כלשהו. למשל, $2,3,1,4$ היא דוגמא לתמורה של המספרים $1..4$. בכל תמורה של המספרים $1..N$ יש $N-1$ זוגות של מספרים סמוכים. למשל, בתמורה $2,3,1,4$ זוגות המספרים הסמוכים הם: 2 - 3 , 1 - 3 , 1 - 4 . שימו לב שב"סמיכות" אין חשיבות לסדר המספרים (כלומר, אין חשיבות למי מימין ומי ומשמאל).

מעוניינים לייצר קבוצה של תמורות עבור המספרים $1..N$, אשר בה מספר תמורות גדול ככל האפשר, ובה כל שני מספרים i ו- j יופיעו לכל היותר פעם אחת בסמיכות זה לזה, באחת התמורות.

למשל, עבור $N=4$ קבוצת תמורות מתאימה היא שתי התמורות הבאות: $1\ 2\ 3\ 4$ ו- $2\ 4\ 1\ 3$. כתוב תכנית (או אלגוריתם) אשר הקלט שלה הוא מספר שלם N , $4 \leq N \leq 10,000$, והפלט שלה הוא מספר התמורות בקבוצת התמורות שמעוניינים לייצר עבור $1..N$, ואחריו התמורות שיוצרות את הקבוצה.