



## שאלה 1 (25 נק') – ריצוף פס

נתון פס רצפה בגודל  $2 \times 100,000$  של משבצות, ומעוניינים לרצף את כולו באמצעות אבנים שכל אחת מהן היא בצורת I או L. אבן בצורת I מכסה שתי משבצות  ואפשר להניחה בצורה אופקית או בצורה אנכית. אבן בצורת L מכסה 3 משבצות  ואפשר לסובבה ולהניחה ב-4 דרכים אפשריות.

**כתבו תכנית** (או אלגוריתם) אשר מחשבת את מספר הדרכים השונות האפשריות לרצף את פס הרצפה. שתי דרכים נחשבות שונות אם יש לפחות אבן אחת אשר מונחת בצורה אחרת בכל אחת מהן. הערה: בכתובתכם הניחו שניתן לשמור את מספר הדרכים במשתנה בודד (גם אם הוא מספר גדול מאד). **חשוב** שמספר פעולות החישוב יהיה **קטן ככל האפשר**.

**למשל**, ישנה רק דרך אחת לרצף פס בגודל  $2 \times 1$ , שתי דרכים שונות לרצף פס באורך  $2 \times 2$ , חמש דרכים שונות לרצף פס בגודל  $2 \times 3$ , ואחת-עשרה דרכים שונות לרצף פס בגודל  $2 \times 4$ .

## שאלה 2 (25 נק') – מכפלת תת-סדרה

נתונה סדרה של  $1,000,000,000$  מספרים ממשיים, שונים מ-0. כלומר, כל מספר יכול להיות חיובי או שלילי, ויכול גם להיות קטן מ-1 בערכו המוחלט. מעוניינים לדעת את המכפלה הגדולה ביותר של תת-סדרה של מספרים רציפים (אשר מופיעים זה ליד זה בסדרה הנתונה). תת-סדרה שממנה תתקבל התשובה יכולה להיות בת מספר אחד. (למשל, אם כל המספרים חיוביים וקטנים מ-1, מלבד מספר אחד שערכו הוא 10, אזי הערך המבוקש יהיה 10). ידוע שהמכפלה של כל תת-סדרה של הסדרה הנתונה לא עולה על  $1,000,000$ .

**כתבו תכנית** (או אלגוריתם) אשר **הקלט שלה** הוא הסדרה הנתונה והפלט שלה הוא הערך המבוקש. למשל, עבור הקלט  $10 \ -0.1 \ -3 \ 0.5 \ -20 \ -0.001 \ 22$  יהיה הפלט 30.

**שימו לב:** סדרת נתוני הקלט ארוכה מאד. חשוב מאד שפתרונכם יהיה **יעיל ככל האפשר** הן מבחינת **זמן הריצה** (מספר פעולות החישוב) והן מבחינת **המקום בזיכרון** שבשימוש התכנית. הקפידו גם להסביר בבהירות את רעיון הפתרון ולהצדיק בכמה משפטים את נכונותו.

## שאלה 3 (25 נק') – משחק שורת תווים

נתונה שורה של 100 תווים אשר 50 מהם הם A ו-50 מהם הם B. שני שחקנים - ALICE ו-BOB - משחקים אחת נגד השני לפי החוקיות הבאה: בכל תור ALICE בוחרת שלישייה רצופה של תווים מתוך השורה הנתונה, ואז BOB מסובב את שלישיית התווים (מבלי לגעת בתווים שלפניהם ואחריהם) עמדה אחת ימינה או עמדה אחת שמאלה כרצונו. למשל, אם התווים הם XYZ (כל אחת מן האותיות מייצגת A או B), אזי BOB יכול לסובבם ל-ZXY (סיבוב ימינה) או ל-YZX (סיבוב שמאלה). המשחק מתנהל בדיוק 2500 (50 בריבוע) מהלכים. אם בסופו האות השמאלית ביותר בשורה היא A, אזי ALICE מנצחת. אם היא B, אזי BOB מנצח.

**יש לכתוב אסטרטגיה** אשר בה אחרי שאתם רואים את שורת התווים **בתחילת המשחק**, אתם מחליטים אם ברצונכם להיות ALICE או BOB במשחק עם שורת תווים זו (יתכן שעבור שורת מסוימות תרצו להיות ALICE ועבור אחרות - BOB), ואז משחקים כך שתנצחו. בכתיבת האסטרטגיה יש לתאר את הדברים הבאים:

**1. עבור אילו שורות תווים** תרצו להיות ALICE ועבור אילו תרצו להיות BOB.

**2. כיצד תפעלו** במשחק בו אתם ALICE, וכיצד תפעלו במשחק בו אתם BOB.

**3. מדוע האסטרטגיה שלכם תוביל אתכם תמיד לניצחון.**

**למשל**, אם שורת התווים התחילית היא AABB אזי הבחירה המתאימה היא להיות ALICE. (דרך אחת בה ALICE יכולה לנצח במקרה זה היא על-ידי סימון חוזר ונשנה של 3 המשבצות הימניות; אבל היא גם יכולה לנצח אם תסמן בתור הראשון את 3 המשבצות השמאליות, ובתורות הבאים תסמן שלישיות בצורה חכמה.)

## שאלה 4 (25 נק') – מספר חברים אמצעי

נתונה קבוצה של 1,001 אנשים, אשר ממוספרים מ-1 עד 1,001 (כלומר: אדם-1, אדם-2, וכן הלאה). עבור כל אדם ישנו במחשב המידע אודות מספר חבריו בפייסבוק. ידוע שלכל אחד מספר חברים ייחודי (שונה מן האחרים). נתונה הפונקציה  $middle(u,v,w)$  אשר מקבלת כפרמטרים מציינים של שלושה אנשים שונים, ומחזירה את המציון של האדם אשר מספר חבריו הוא האמצעי מבין שלושתם (כלומר, לאחד בשלישייה מספר חברים גדול יותר ממנו, ולאחד אחר מספר קטן יותר). למשל, אם הפונקציה תקבל את המציינים 10, 7, ו-5, ולאדם-10 ישנם 537 חברים, לאדם-7 ישנם 978 חברים, ולאדם-5 ישנם 97 חברים, אזי הפונקציה תחזיר 10.

**כתבו תכנית** (או אלגוריתם) אשר מזמנת שוב-ושוב את הפונקציה  $middle$ , עם מציינים של שלושה אנשים שונים, ומחזירה את המציון של האדם אשר מספר חבריו הוא אמצעי ברשימת 1,001 האנשים (כלומר, ל-500 אנשים יש פחות חברים ממנו ול-500 אנשים יש יותר חברים ממנו).

ישנן מספר דרכים לפתור את הבעיה, אשר נבדלות אחת מן השנייה במספר הזימונים של הפונקציה  $middle$ . **חשוב שמספר הזימונים** של הפונקציה יהיה קטן ככל האפשר. אין צורך ביותר מ-50,000,000 זימונים, אך יתכן שניתן להסתפק בפחות מ-50,000 זימונים.