

שאלה 1 (25 נק') – דנידין

נתונה קבוצה של 1,000 אנשים, אשר ממוספרים מ-1 עד 1,000. עבור כל אדם ישנו במחשב המידע האם הוא מכיר את האחרים. היכרות איננה בהכרח סימטרית, כלומר - יתכן שאדם אחד יכיר אדם שני, והשני יכיר, או לא יכיר את הראשון. אדם נקרא דנידין אם הוא מכיר את כולם ואף אחד לא מכיר אותו.

נתונה הפונקציה $familiarity(i,j)$, אשר מקבלת כפרמטרים שני מספרים שלמים שונים, i ו- j שמציינים שני אנשים בקבוצה הנתונה, ומחזירה תשובה האם i מכיר את j . ("מכיר" יצוין בספרה 1 ו"לא מכיר" יצוין בספרה 0).

כתבו תכנית (או אלגוריתם) אשר מזמנת שוב-ושוב את הפונקציה $familiarity$, עם ערכי פרמטרים מתאימים, ומודיעה האם יש דנידין אחד או יותר בקבוצה הנתונה. אם אין בקבוצה אדם שאפיונו הוא של דנידין אזי יהיה **הפלט 0**, ואם יש בקבוצה אחד או יותר אנשים שאפיונם הוא כמו של דנידין אזי יכלול **הפלט** את המספר בקבוצה של כל אדם שאפיונו הוא של דנידין.

נתון שהזימון של הפונקציה הינו יקר, ולכן, **עליכם לכתוב תכנית אשר מזמנת את הפונקציה כמה שפחות פעמים**. בכל מקרה, **אין לזמן את הפונקציה יותר מ-20,000 פעמים**.

למשל, אם בקבוצה רק שלושה אנשים, וכל אחד מהם מכיר את האחרים, אזי הפלט יהיה 0. אם בקבוצה שלושה אנשים, ואדם-1 ואדם-3 לא מכירים את אדם-2, כן מכירים אחד את השני, וגם אדם-2 מכיר את שניהם, אזי הפלט יהיה 2. בדוגמא האחרונה, הזימון $familiarity(1,2)$ יחזיר את התשובה: 0, כיון שאדם-1 לא מכיר את אדם-2, והזימון $familiarity(2,1)$ יחזיר את התשובה 1, כיון שאדם-2 מכיר את אדם-1.

שאלה 2 (25 נק') – משחק ערימות

נתונות שתי ערימות של מטבעות - בערימה אחת X מטבעות ובערימה השנייה Y מטבעות. X ו- Y גדולים מ-0. שני שחקנים משחקים אחד נגד השני. כל שחקן בתורו בוחר ערימה אשר יש בה לפחות שני מטבעות, ולוקח ממנה מספר זוגי K של מטבעות. חצי מכמות המטבעות שלקח הוא שם בצד ומוציא מן המשחק, ואת החצי השני הוא שם בערימה אשר ממנה לא לקח את K המטבעות. (בתורים שונים שחקן יכול לקחת מטבעות מערימות שונות.) עם התקדמות המשחק כמות המטבעות בערימות הולכת וקטנה. כאשר בכל אחת מן הערימות ישנם פחות מ-2 מטבעות מסתיים המשחק. השחקן אשר מבצע את המהלך האחרון מנצח במשחק.

כתבו אסטרטגיה אשר תוביל תמיד לניצחון במשחק.

בכתיבת האסטרטגיה יש לתאר את הדברים הבאים :

1. בהינתן הערכים X ו- Y בתחילת המשחק - האם ברצונכם להיות השחקן הפותח או השחקן השני.
2. כיצד תפעלו בכל תור שלכם.
3. מדוע האסטרטגיה שלכם תוביל לניצחון עבור כל X ו- Y תחיליים. הצדיקו בצורה משכנעת.

שאלה 3 (25 נק') – היפוך שורות ועמודות

נתון לוח בגודל $100,000 \times 100,000$ אשר כל משבצת בו היא בצבע לבן או שחור. רוצים לדעת האם היה ניתן ליצור את הלוח הנתון מלוח אשר: תחילה צבעי כל המשבצות בו היו לבן, ואז הופעלו על שורות ועמודות בו פעולות של היפוך צבעי משבצות, עד שנוצר הלוח הנתון. פעולה של היפוך צבעי משבצות של שורה היא פעולה אשר מופעלת על שורה כלשהי בלוח, ובעקבותיה מתהפך הצבע של כל משבצת בשורה (לבן לשחור ושחור ללבן). באופן דומה נעשית פעולה של היפוך משבצות בעמודה.

למשל, לו היה נתון הלוח בגודל של 3×3 הבא (כאשר B מסמן "שחור", ו-W מסמן "לבן"):

W B W

B W B

W B W

הרי ניתן לקבל את הלוח לעיל מהיפוך של שורות ועמודות. למשל, היה ניתן ליצור את הלוח על-ידי הפיכה של השורה השנייה, ואז - הפיכה של העמודה השנייה.

לו היה נתון הלוח בגודל של 3×3 :

W W B

W B W

B W W

הרי לא-ניתן לקבל את הלוח לעיל מהיפוך של שורות ועמודות, כיון שאין אף סדרת הפיכות של שורות ועמודות אשר תוביל ללוח כזה.

כתבו תכנית (או אלגוריתם) אשר בה:

הקלט הוא $100,000$ שורות המתארות את הלוח, שכל אחת מהן היא רצף של W-ים ו-B-ים; **הפלט** הוא הודעה "ניתן", או "לא-ניתן", לקבל את הלוח הנתון מסדרת הפיכות כלשהי של שורות ועמודות.

חשוב מאד שפתרוןכם יהיה **יעיל ככל האפשר** מבחינת זמן ריצה ומקום בזיכרון בשימוש התכנית. כמו-כן, בתיאור רעיון הפתרון שלכם, **הצדיקו את נכונותו**.

שאלה 4 (25 נק') – פוקימונים

נתונים 10,000 פוקימונים, אשר ממסופרים מ-1 עד 10,000. לכל פוקימון ישנם בין 1 ל-4 חברים מתוך כלל הפוקימונים. חברות היא סימטרית, כלומר כשאחד חבר של השני אזי גם השני חבר של הראשון. רוצים להפריד את הפוקימונים לשלוש קבוצות, לפי החוקיות הבאה: בכל אחת משלוש הקבוצות, כל פוקימון יימצא עם לכל-היותר חבר אחד בקבוצה שלו (ושאר חבריו יהיו בקבוצות האחרות).

כתבו תכנית (או אלגוריתם) אשר בה:

הקלט הוא 10,000 שורות, אשר בכל אחת מהן המספרים אשר מציינים את החברים של כל פוקימון - בשורה הראשונה מספרי החברים של הפוקימון מספר 1, בשורה השנייה מספרי החברים של פוקימון מספר 2, וכך הלאה. כל רשימת חברים בכל שורה מסתיימת בספרה 0, אשר מציינת את סוף השורה (לכן, אורך שורה יהיה בין 2 ל-5 מספרים);

הפלט הוא שלוש רשימות מספרים, אשר מבטאות את שלושת הקבוצות אשר אליהן יופרדו הפוקימונים לפי החוקיות הנדרשת בתחילת השאלה. אם עבור הקלט הנתון לא ניתן להפריד את הפוקימונים לשלוש קבוצות לפי החוקיות המתוארת, אזי תוצג כפלט הספרה 0.

הערות: כל פוקימון יהיה באחת הקבוצות. אם ישנן כמה אפשרויות לפלט עבור קלט נתון, מספיק להציג אפשרות אחת. מותר שתהיה קבוצה ריקה (בתנאי שמתקיימת החוקיות הנדרשת).

חשוב מאד שפתרוכם יהיה **יעיל ככל האפשר** מבחינת זמן ריצה ומקום בזיכרון בשימוש התכנית. כמו-כן, בתיאור רעיון הפתרון שלכם, **הצדיקו את נכונותו**.