

## מבחן שלב א 26/10/2021 – מדעי המחשב

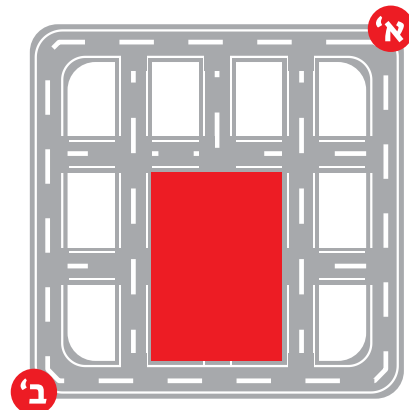
### שאלה 1 (15 נק') – אגסים ותפוזים

האחים רד וגולדן משחקים במשחק. במשחק יש 2 ערימות, אחת של אגסים ואחת של תפוזים. בכל תור, על השחקן שזהו תורו לקחת 1 עד 4 אגסים מהערימה הראשונה ו-1 עד 3 תפוזים מהערימה השנייה. חובה עליו לקחת מ-2 הערימות. השחקן שבתורו לא יכול לבצע מהלך חוקי מפסיד. כעת תורו של רד, ויש במשחק 113 אגסים ו-225 תפוזים. האם רד יכול להבטיח ניצחון במשחק, בהנחה שהוא ישחק באופן הטוב ביותר? אם כן, רשמו מהלך כלשהו שהוא יכול לעשות על מנת להבטיח ניצחון. אם יש כמה כאלו כל אחד מהם יתקבל. מהלך יסומן ב-2 ספרות, הראשונה (השמאלית) היא מספר התפוזים שלוקחים בתור זה והשנייה (הימנית) היא מספר האגסים. למשל, 12 אומר שלוקחים תפוז אחד ו-2 אגסים במהלך המתואר. אם רד לא יכול להבטיח ניצחון במשחק, כיתבו 00.

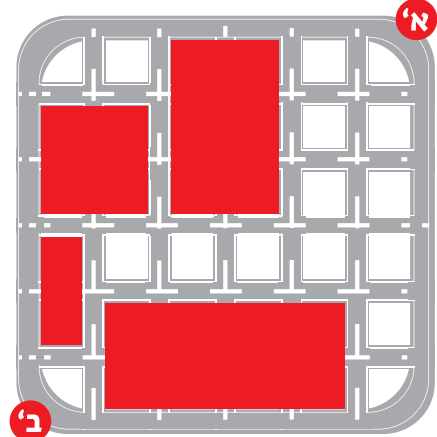
### שאלה 2 (15 נק') – מנהטן

מר חרמון יצא לחופשה במנהטן. הכבישים במנהטן נראים כמו רשת, כשחלק מהכבישים בה חסומים בגלל אתרי בניה. מר חרמון רוצה להגיע מנקודה א' לנקודה ב' בדרך **הקצרה ביותר** האפשרית, מבלי לעבור באתרי הבניה, והוא תוהה כמה דרכים אפשריות כאלו יש. ידוע שהמרחקים בין כל הצמתים הסמוכים שמחוברים על ידי כביש זהים. גם הפינות נחשבות לצמתים (למרות שבאיור הן קצת עגולות, המרחק בין לבין הצמתים שמחוברים אליהן זהה למרחקים בין שאר הצמתים שמחוברים ישירות). עזרו למר חרמון במשימה זו! בכל סעיף משורטטת הרשת כשעליה מסומנים אתרי הבניה כמלבנים אדומים שאסור לעבור בהם, ו-2 הנקודות – נקודה ההתחלה (א'), ונקודת היעד (ב'), ועליכם לכתוב את **מספר המסלולים הקצרים ביותר** בין 2 הנקודות שלא עוברים באתרי הבניה.

א. (7 נק')



ב. (8 נק')



רמז לסעיף ב': התשובה מתחלקת ב-5.

### שאלה 3 (20 נק') – המספרים של ענת

לענת סדרת מספרים, חלקם שליליים וחלקם חיוביים. ענת מידי פעם אוהבת לשחק בסכומים. היא מתחילה מהמספר הראשון בסדרה, מוסיפה לו את המספר השני, ואז את השלישי, וכו', לפי הסדר (מימין לשמאל), עד שהיא סוכמת את כל המספרים. היא מאוד עצובה כשיש לה סכום שלילי (קטן מאפס), והיא אפילו מוכנה לשנות את הסימן של חלק מהמספרים בסדרה שלה, כדי שכשהיא תשחק בסכומים מצב כזה לעולם לא יקרה, כלומר כל הסכומים של הרישיות (סכומים של  $k$  האיברים הראשונים בסדרה שלה, כש- $k$  בין 1 לאורך הסדרה כולל, עבור כל  $k$ ), יהיו חיוביים (גדולים או שווים לאפס).

ענת עצלנית ורוצה לשנות את הסימן של כמה שפחות מספרים בסדרה.

מה המספר הקטן ביותר של שינויי סימן שענת תצטרך לעשות, אם הסדרה היא:

א. (4 נק') התחלה 3, -2, 3, -1, -2, -2, -4 סוף

ב. (8 נק') התחלה -15, -12, -10, -13, -2, -3, -17, -19, -5, -9 סוף

ג. (8 נק') התחלה -12, -2, -16, -19, -9, -3, -7, -11, -17, -3, -15, -10, -10, -15, -8 סוף

### שאלה 4 (20 נק') – משחק הדובדבנים

גברת פינק ויונתן משחקים במשחק על שביל ישר אינסופי.

יונתן עומד במקום כלשהו על השביל.

גברת פינק מסדרת על השביל 100 דובדבנים במרחק שווה של מטר אחד מהשני, כשאת אחד מהדובדבנים האלו היא שמה בדיוק במקום שבו יונתן עומד כעת (היא יכולה לבחור כמה דובדבנים לשים לפני ואחרי יונתן).

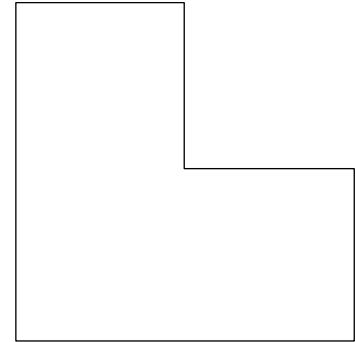
בהתחלה יונתן מוכרח לאכול את הדובדבן שנמצא במקום שלו, ואז, בכל תור, גברת פינק אומרת ליונתן ללכת לאחד מהדובדבנים שנשארו על השביל, ואז יונתן הולך לדובדבן שגברת פינק ציינה ואוכל אותו. המשחק נגמר כשיונתן אוכל את כל הדובדבנים על השביל.

גברת פינק רוצה שיונתן ילך מרחק כמה שיותר גדול במשחק, והיא מסדרת את הדובדבנים ובוחרת דובדבן בכל תור בהתאם. מה המרחק הארוך ביותר (במטרים) שיונתן יכול ללכת במשחק?

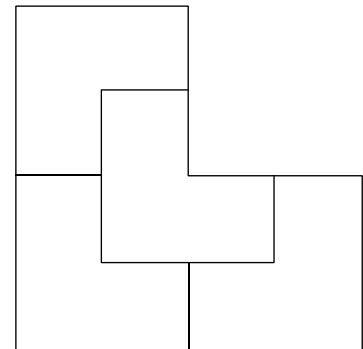
שימו לב שבכל שלב גברת פינק מוכרחה לתת ליונתן מיקום שבו אכן נמצא דובדבן, ויונתן מוכרח ללכת אליו בקו ישר (מבלי לסטות מהשביל) ולאכול אותו, וגם שיונתן בהתחלה חייב לאכול את הדובדבן שעליו הוא נמצא לפני שגברת פינק אומרת לו את היעד הראשון.

### שאלה 5 (30 נק')

לסבתא סמית' נתונה צורה כזו של L:



היא מחלקת את הצורה הזו לצורות זהות (עד כדי סיבוב) אך קטנות יותר כך:



אחר כך היא חוזרת על זה שוב עם כל הצורות הקטנות יותר (מחלקת לצורות כאלו עוד יותר קטנות), וחוזרת על הפעולה הזו שוב ושוב, בסך הכל 15 פעמים (כולל החלוקה של הצורה ההתחלתית).

- 6 נק') כמה צורות של L מהגודל הקטן ביותר היא תקבל בסוף? רמז: סכום הספרות הוא 37
- 24 נק') כמה מהצורות בסעיף א' יהיו בדיוק באוריינטציה של הצורה ההתחלתית? (כלומר בצורת L ללא סיבוב)