

## אולימפיאדת מדעי המחשב תשע"ב – שלב א'

### בשאלון הבא חמש שאלות.

השאלות אינן שגרתיות, וגם תלמידים חזקים במיוחד יתקשו לפתור את כולן.

בכל אחת מן השאלות עליך לחשב ולענות מספר בודד או כמה מספרים. חישוב המספרים דורש הבחנות מתאימות והפעלת רעיונות אלגוריתמיים. אין צורך בהסבר תשובתך, אך חשוב מאד לבדוק שהחישוב שביצעת הינו נכון. כדי להקל עליך בוודוא התשובות, נתונים בחלק מן השאלות רמזים. אנו מציעים לך לא להתעכב יתר על המידה בשאלות בהן הינך מתקשה. משך המבחן הוא 120 דקות.

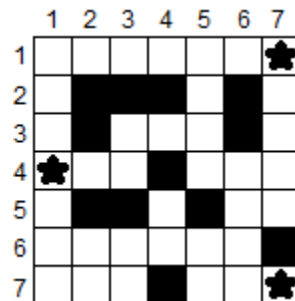
המצטיינים יוזמנו להשתתף בשלבים הבאים של תחרויות ואימונים, שבסופם תורכב הנבחרת שתייצג את ישראל באולימפיאדה העולמית למדעי המחשב (IOI) באיטליה.

לאחר שתסיים לענות על כל השאלות, העתק את תשובותיך לטבלה הבאה. בכל אחד מהתאים בעמודה השמאלית של הטבלה יש לכתוב מספר אחד או את המילים "כן" או "לא" או להשאירו ריק במידת הצורך.

	<b>תשובה 1א</b>
	<b>תשובה 1ב – נקודת מפגש 1 – מספר שורה</b>
	<b>תשובה 1ב – נקודת מפגש 1 – מספר עמודה</b>
	<b>תשובה 1ב – נקודת מפגש 2 – מספר שורה</b>
	<b>תשובה 1ב – נקודת מפגש 2 – מספר עמודה</b>
	<b>תשובה 1ב – נקודת מפגש 3 – מספר שורה</b>
	<b>תשובה 1ב – נקודת מפגש 3 – מספר עמודה</b>
	<b>תשובה 1ב – נקודת מפגש 4 – מספר שורה</b>
	<b>תשובה 1ב – נקודת מפגש 4 – מספר עמודה</b>
	<b>תשובה 1ב – נקודת מפגש 5 – מספר שורה</b>
	<b>תשובה 1ב – נקודת מפגש 5 – מספר עמודה</b>
	<b>תשובה 2 – עבור 417</b>
	<b>תשובה 2 – עבור 794</b>
	<b>תשובה 3א</b>
	<b>תשובה 3ב – כן/לא</b>
	<b>תשובה 3ב - מספר</b>
	<b>תשובה 3ג – כן/לא</b>
	<b>תשובה 3ג - מספר</b>
	<b>תשובה 4א</b>
	<b>תשובה 4ב</b>
	<b>תשובה 5</b>

**שאלה 1 (15 נק') – נקודות מפגש**

שלושה רובוטים נמצאים על משבצות שונות של לוח משבצות, הנתון להלן. המיקום ההתחלתי של כל אחד מהרובוטים מסומן על הלוח באמצעות כוכב. מעוניינים להפגיש את שלושת הרובוטים באותה המשבצת, באמצעות סדרה של צעדים. צעד של כל אחד משלושת הרובוטים הוא הזזתו למשבצת סמוכה אנכית או אופקית (למעלה/למטה/ימינה/שמאלה). אסור להזיז רובוט למשבצת שחורה או להוציאו מהלוח. בכל זמן מותר שיהיה על משבצת יותר מרובוט אחד. המטרה היא להפגיש את שלושת הרובוטים באותה המשבצת תוך מספר כולל קטן ככל האפשר של צעדים.



**א.** מהו מספר הצעדים הכולל הקטן ביותר כדי להפגיש את הרובוטים בציור לעיל במשבצת אחת? (נדגיש: כל צעד של אחד הרובוטים מגדיל את מספר צעדים הכולל ב-1).

תשובה: \_\_\_\_\_

**ב.** מהן המשבצות שבהן ניתן להפגיש את הרובוטים תוך מספר זה של צעדים?

תשובה:

עמודה	שורה	
		נקודת מפגש 1
		נקודת מפגש 2
		נקודת מפגש 3
		נקודת מפגש 4
		נקודת מפגש 5

מספר נקודות המפגש האפשריות איננו גדול מ-5. ייתכן שהוא קטן מ-5. מלא/י את כל אלה שזיהית.

**שאלה 2 (15 נק') – מספר פעולות חשבון**

נתונות שתי פעולות החשבון:  $+1, \times 2$ . המטרה היא להגיע מן המספר **10** לכל אחד משני המספרים הבאים באמצעות שימוש חוזר בפעולות החשבון הנתונות. מהו המספר הקטן ביותר של פעולות הנדרש להשגת המטרה עבור כל אחד מן המספרים הבאים? **417** ו- **794** למשל, כדי להגיע ל-**21**, מספיקות שתי פעולות חשבון: תחילה  $\times 2$  ואחר-כך  $+1$ . כדי להגיע ל-**24** מספיקות שלוש פעולות חשבון:  $+1, +1, +1$ , ואז  $\times 2$  (אם מכפילים ב-2 תחילה, אזי מספר הפעולות שידרש הינו 5:  $\times 2, +1, +1, +1, +1$ ).

תשובה עבור **417**: \_\_\_\_\_

תשובה עבור **794**: \_\_\_\_\_

**רמז**: מכפלת התשובות היא מספר שספרת האחדות שלו היא אחת הספרות במספרים הנתונים.

**שאלה 3 (30 נק') – מספר סדרות לא-יורדות**

נתונה הסדרה S הבאה, ובה 10 מספרים:

**50 96 146 194 250 320 350 374 396 420**

אנו מעוניינים לחשב את מספר הסדרות הלא-יורדות (כל מספר שווה או גדול מקודמו) של 11 מספרים שלמים חיוביים אשר בכל אחת מהן: הממוצע של זוג המספרים הראשון (המספרים הראשון והשני) הוא המספר הראשון ב-S, הממוצע של זוג המספרים השני (המספרים השני והשלישי) הוא המספר השני ב-S, וכך הלאה. (הממוצע של זוג המספרים האחרון (המספרים ה-10 וה-11) הוא המספר ה-10 ב-S).

למשל, עבור הסדרה S' הבאה בת 4 מספרים: **12 10 7 4** התשובה היא: 3.

כיון שניתן ליצור אותה מכל אחת מ-3 הסדרות הבאות בנות 5 מספרים:

**14 10 10 4 4** (הממוצע של 4 ו-4 הוא 4, הממוצע של 4 ו-10 הוא 7, וכך הלאה)

**12 12 8 6 2**

**13 11 9 5 3**

**א.** מהו מספר הסדרות הלא-יורדות עבור הסדרה S הנתונה לעיל? תשובה: \_\_\_\_\_

**רמז**: ספרות האחדות של התשובה היא אי-זוגית.

**ב.** האם שינוי של המספר **350** ב-S יכול להגדיל את התשובה לסעיף א'? \_\_\_\_\_

אם כן, לאיזה מספר היית משנה את **350** כדי להגדיל התשובה ל-א' באופן מירבי? \_\_\_\_\_

**ג.** האם שינוי של המספר **320** ב-S יכול להגדיל את התשובה לסעיף א'? \_\_\_\_\_

אם כן, לאיזה מספר היית משנה את **320** כדי להגדיל התשובה ל-א' באופן מירבי? \_\_\_\_\_

**שאלה 4 (25 נק') – מספר דרכים שונות**

**א.** נתון סולם שבו 10 שלבים. אדם מעוניין לטפס על הסולם, כך שהוא מתחיל בתחתיתו (מתחת לשלב הראשון), ובכל צעד הוא עולה שלב אחד, או שני שלבים, או שלושה שלבים. כמה דרכים שונות של טיפוס קיימות כדי להגיע לשלב העשירי?

למשל, עבור סולם שבו רק 4 שלבים התשובה היא: 7.

שבעת הדרכים הן:  $1+1+1+1$  (כלומר, ארבעה צעדים בגודל 1),  $2+1+1$  (כלומר, שני צעדים ראשונים בגודל 1, וצעד אחרון בגודל 2),  $1+2+1$  (כלומר, צעד בגודל 1, צעד בגודל 2, ועוד צעד בגודל 1),  $1+1+2$ ,  $2+2$ ,  $1+3$ ,  $3+1$ .

תשובה: \_\_\_\_\_

**רמז:** סכום הספרות של מספר התשובה הוא 13.

**ב.** רובוט נמצא בפינה השמאלית-תחתונה של לוח משבצות ועליו להגיע לפינה הימנית-עליונה. הרובוט יכול לנוע בכל צעד משבצת אחת ימינה או משבצת אחת למעלה. חלק ממשבצות הלוח שחורות. הרובוט לא יכול להיכנס למשבצת שחורה. יש לחשב את מספר המסלולים השונים בהם יכול הרובוט להגיע ממשבצת ההתחלה, המסומנת באות S, למשבצת הסיום, המסומנת באות F (מבלי לעבור דרך משבצות שחורות, ותוך תנועה ימינה ולמעלה בלבד).

למשל, עבור הלוח הבא:

	F
S	

התשובה היא: 2 (מסלול אחד: למעלה-למעלה-ימינה. מסלול שני: למעלה, ימינה, למעלה)

מהו מספר המסלולים השונים האפשריים עבור הלוח הבא?

						F
S						

תשובה: \_\_\_\_\_

**רמז:** התשובה היא מספר שמתחלק ב-5.

**שאלה 5 (15 נק') – מסירות במעגל**

**960** רובוטים מסודרים במעגל, וממוספרים עם כוון השעון (כך שהרובוט מספר 1 משמאלו של 960, כשפניו של 960 הם למרכז המעגל). הרובוטים מוסרים כדור, אשר נמצא בתחילת המשחק אצל רובוט 960. כל מסירה היא לרובוט שנמצא **675** עמדות קדימה עם כוון השעון. לכן המסירה הראשונה, שאותה מוסר 960, תגיע לרובוט 675, המסירה השנייה תגיע לרובוט 390 (המתקבל משארית החלוקה של  $675+675$  ב-960), השלישית תגיע לרובוט 105 (המתקבל משארית החלוקה של  $675+390$  ב-960), הרביעית תגיע ל-780, וכך הלאה. אחרי כמה מסירות יחזור הכדור לרובוט 960? למשל, אם היו רק **5** רובוטים במעגל, ומסירה היתה **2** עמדות קדימה, אזי הכדור שנמצא בתחילה אצל רובוט 5 היה חוזר אליו לאחר 5 מסירות (מ-5 ל-2, מ-2 ל-4, מ-4 ל-1, מ-1 ל-3, ומ-3 ל-5).

תשובה: \_\_\_\_\_

**רמז:** סכום הספרות של מספר התשובה הוא כפולה של 5.

**בהצלחה!!!**